PART2　順列・組合せと確率

例題

(1)　HAKATAの6文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2)　赤玉5個，白玉3個が入った袋から，同時に3個の玉を取り出すとき，赤玉2個，白玉1個が出る確率を求めよ。

(3)　3人で1回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i)　1人だけが勝つ確率　　(ii)　あいこになる確率

Point Pickup

練習

(1)　SAPPORO の 7 文字を並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2)　10 本中 3 本が当たりのくじがある。このくじから同時に 3 本引くとき，1 本だけ当たる確率を求めよ。

(3)　A，B，C，D の 4 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i)　A だけが負ける確率　　　(ii)　あいこになる確率

第 4 講　PART2　確認問題

1 PINEAPPLEの9文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウエ}}$ である。

2 10本中4本が当たりのくじがある。このくじから同時に3本引くとき，1本だけ当たる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

3 A，B，C，D，Eの5人で1回じゃんけんをするとき，2人だけが勝つ確率は $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$，Aだけが負ける確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。

PART2　順列・組合せと確率

例題

(1)　HAKATA の 6 文字を 1 列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2)　赤玉 5 個，白玉 3 個が入った袋から，同時に 3 個の玉を取り出すとき，赤玉 2 個，白玉 1 個が出る確率を求めよ。

(3)　3 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i)　1 人だけが勝つ確率　　(ii)　あいこになる確率

(1)　3 つの A を A_1，A_2，A_3 とすると，母音は A_1，A_2，A_3，子音は H，K，T である。

異なる 6 文字を 1 列に並べる方法は 6! 通り。

母音と子音が交互に並ぶのは，母音，子音をそれぞれ母，子と表すとすると

(i)　母子母子母子　　(ii)　子母子母子母

のいずれかの場合である。

(i)のとき　母音の 3 文字の並べ方は　3! 通り

子音の 3 文字の並べ方は　3! 通り　　よって 3!×3! 通り

(ii)のとき　(i)同様　3!×3! 通り

よって，求める確率は $\dfrac{3!\times3!+3!\times3!}{6!}=\dfrac{3!\times3!\times2}{6!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1\times2}{6\cdot5\cdot4}=\dfrac{1}{10}$

(2)　3 個の玉の取り出し方は ${}_8C_3$ 通り

このうち，赤玉 2 個、白玉 1 個が出る場合は　5 個の赤玉から 2 個、3 個の白玉から 1 個取り出す場合で ${}_5C_2\times{}_3C_1$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_2\times{}_3C_1}{{}_8C_3}=\dfrac{10\times3}{56}=\dfrac{15}{28}$

(3)　3 人の手の出し方は 3^3 通り

(i)　1 人だけが勝つとき，その勝者の決まり方は　${}_3C_1$ 通り

勝者の手の出し方は，グー，チョキ，パーの 3 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_3C_1\times3}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

(ii)　あいこになるのは，以下のいずれかの場合である。

[1]　手の出し方が 1 種類　　[2]　手の出し方が 3 種類

[1]のとき　3 通り

[2]のとき　グー，チョキ，パーのそれぞれを 3 人の誰が出すかで 3! 通り

よって，求める確率は $\dfrac{3+3!}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

練習

(1)　SAPPORO の７文字を並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2)　10 本中３本が当たりのくじがある。このくじから同時に３本引くとき，１本だけ当たる確率を求めよ。

(3)　A，B，C，D の４人で１回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

　(i)　A だけが負ける確率　　(ii)　あいこになる確率

(1)　２つの P を P_1，P_2，２つの O を O_1，O_2 とすると，母音は A，O_1，O_2，子音は S，P_1，P_2，R である。

異なる７文字を１列に並べる方法は 7! 通り。

母音と子音が交互に並ぶのは，母音，子音をそれぞれ母，子と表すとすると，

　　子母子母子母子

の場合のみである。

母音の３文字の並べ方は　3! 通り　　子音の４文字の並べ方は　4! 通り

したがって，求める確率は $\dfrac{3!\times4!}{7!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5}=\dfrac{1}{35}$

(2)　３本のくじの取り出し方は ${}_{10}C_3$ 通り

このうち，１本だけ当たりくじを引くのは，当たりくじ３本から１本，はずれくじ７本から２本引く場合で，${}_3C_1\times{}_7C_2$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_3C_1\times{}_7C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{3\times21}{120}=\dfrac{21}{40}$

(3)　４人の手の出し方は 3^4 通り

(i)　A だけが負けるとき，A の手の出し方は，グー，チョキ，パーの３通り

よって，求める確率は $\dfrac{3}{3^4}=\dfrac{1}{27}$

(ii)　あいこになるのは，以下のいずれかの場合

[1]　手の出し方が１種類　　[2]　手の出し方が３種類

[1]のとき　３通り

[2]のとき　グー，チョキ，パーのうち，２人が出している手の選び方が３通り

　　４つの手を４人の誰が出すかで $\dfrac{4!}{2!}=12$（通り）

よって，求める確率は $\dfrac{3+3\times12}{3^4}=\dfrac{13}{27}$

第 4 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イウエ：126

[解説]

3 つの P を P_1，P_2，P_3，2 つの E を E_1，E_2 とすると，母音は I，E_1，E_2，A，

子音は P_1，P_2，P_3，N，L である。[A]

異なる 9 文字を 1 列に並べる方法は　9! 通り

母音と子音が交互に並ぶのは，

　子母子母子母子母子

の場合のみである。

母音の 4 文字の並べ方は　4! 通り

子音の 5 文字の並べ方は　5! 通り

よって，求める確率は

$$\frac{4!\times 5!}{9!}=\frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=\mathbf{\frac{1}{126}}$$

[A]　確率を求める際には，同じものをすべて区別して扱う。
ここでは，3 つの P と 2 つの E をそれぞれ区別する。

2

[正解] オ：1，カ：2

[解説]

3 本のくじの取り出し方は

$${}_{10}C_3=\frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1}=10\cdot 3\cdot 4\text{（通り）}$$

このうち，1 本だけ当たりくじを引くのは，当たりくじ 4 本から 1 本，はずれくじ 6 本から 2 本引く場合で

$${}_4C_1\times {}_6C_2=4\times\frac{6\cdot 5}{2\cdot 1}=4\cdot 3\cdot 5\text{（通り）}$$ [B]

よって，求める確率は

$$\frac{{}_4C_1\times {}_6C_2}{{}_{10}C_3}=\frac{4\cdot 3\cdot 5}{10\cdot 3\cdot 4}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

[B]　確率を求める際には，同じものをすべて区別して扱う。
ここでは，当たりくじ 4 本とはずれくじ 6 本をそれぞれ区別する。

3 **[正解]** キク：10，ケコ：81，サ：1，シス：81

[解説]

5 人の手の出し方は 3^5 通り

2 人だけが勝つとき，その勝者の決まり方は $_5C_2$ 通り

勝者の手の出し方は，グー，チョキ，パーの 3 通り

よって，2 人だけが勝つ確率は

$$\frac{_5C_2 \times 3}{3^5} = \frac{10 \times 3}{3^5} = \mathbf{\frac{10}{81}}$$ [C]

A だけが負けるとき，A の手の出し方はグー，チョキ，パーの 3 通り

よって，A だけが負ける確率は

$$\frac{3}{3^5} = \mathbf{\frac{1}{81}}$$

[C]　じゃんけんでは，誰が何の手を出すかを考える。
ここでは，A，B，C，D，E の 5 人のうちどの 2 人が勝つかが $_5C_2$ 通り，その 2 人が何の手で勝つかがグー，チョキ，パーの 3 通りとなる。